

## DETALJNI IZVEDBENI NASTAVNI PLAN PREDMETA

| Opće informacije                                       |   |  |
|--|---|--|
| <b>Naziv predmeta</b>                                  | Uvod u diferencijalnu geometriju  |  |
| <b>Studijski program</b>                               | Sveučilišni prijediplomski studij Matematika                                    |  |
| <b>Godina</b>  | 3. godina   |  |
| <b>Status predmeta</b>                                 | Obvezatan   |  |
| <b>Web stranica predmeta</b>                           | <a href="https://moodle.srce.hr/2022-2023">https://moodle.srce.hr/2022-2023</a> |  |
| <b>Mogućnost izvođenja nastave na engleskom jeziku</b> | Ne  |  |
| <b>Bodovna vrijednost i način izvođenja nastave</b>    | <b>ECTS koeficijent opterećenja studenata</b>                                   | 6  |
|  | <b>Broj sati (P+V+S)</b>  | 45+30+0  |
| <b>Nositelj predmeta</b>                               | <b>Ime i prezime</b>  | Milena Sošić   |
|  | <b>Ured</b>   | O – 307  |
|  | <b>Vrijeme za konzultacije</b>  | Ponedjeljak: 18 <sup>45</sup> – 19 <sup>30</sup> O-360         |
|  | <b>Telefon</b>  | 584 – 673  |
|  | <b>e-adresa</b>   | <a href="mailto:msosic@math.uniri.hr">msosic@math.uniri.hr</a> |
| <b>Suradnici na predmetu</b>                           | <b>Ime i prezime</b>  | Milena Sošić   |
|  | <b>Ured</b>   | O – 307  |
|  | <b>Vrijeme za konzultacije</b>  | Četvrtak: 15 <sup>45</sup> – 16 <sup>30</sup> O-360            |
|  | <b>Telefon</b>  | 584 – 673  |
|  | <b>e-adresa</b>   | <a href="mailto:msosic@math.uniri.hr">msosic@math.uniri.hr</a> |

### 1. OPIS PREDMETA

#### 1.1. Ciljevi predmeta

Osnovni cilj kolegija je upoznati studente s pojmovima diferencijalne geometrije regularnih krivulja i ploha u prostoru. U tu svrhu će se u okviru kolegija poticati studente na usvajanje, razumijevanje i primjenu nastavnih sadržaja prikazanih u sadržaju predmeta.

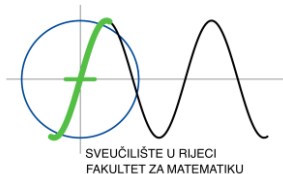
#### 1.2. Korelativnost i korespondentnost predmeta

Program kolegija Uvod u diferencijalnu geometriju u korelaciji je s ostalim kolegijima iz matematike posebice s kolegijima: Matematička analiza I, Matematička analiza II, Matematička analiza III, Linearna algebra I i Linearna algebra II.

#### 1.3. Očekivani ishodi učenja za predmet

Nakon odslušanog kolegija i položenog ispita očekuje se da će studenti:

- razlikovati regularne krivulje (regularne plohe) od proizvoljnih krivulja (ploha)
- objasniti izvod formule za izračunavanje duljine luka krivulje
- objasniti reparametrizaciju krivulje po duljini luka i razlikovati parametrizaciju krivulje po bilo kojem parametru od parametrizacije krivulje po duljini luka
- objasniti Frenetove formule i primijeniti ih u rješavanju zadataka
- opisati i usporediti zakrivljenost i torziju



- argumentirati i dokazati što mora biti zadovoljeno da prostorna krivulja bude pravac ili ravninska krivulja
- interpretirati i dokazati osnovni teorem teorije krivulja
- objasniti izvod i primjenu prve fundamentalne forme
- analizirati i razlikovati tangencijalnu ravninu plohe od oskulacione ravnine krivulje na danoj plohi
- objasniti izvod i primjenu druge fundamentalne forme
- interpretirati Meusnierov teorem
- objasniti i primijeniti operator oblika plohe
- objasniti i usporediti glavne zakrivljenosti, Gaussovu i srednju zakrivljenosti te primijeniti ih u rješavanju zadataka
- analizirati i razlikovati neke specijalne krivulje na plohi (crte krivine, asimptotske krivulje i geodetske krivulje)
- interpretirati Theorema Egregium i osnovni teorem teorije ploha

#### 1.4. Okvirni sadržaj predmeta

Vektorska polja. Regularne krivulje u prostoru. Duljina luka krivulje. Parametrizacija krivulje duljinom luka. Zakrivljenost i torzija krivulje. Polje trobrida. Frenetove formule. Osnovni teorem teorije krivulja. Regularne plohe u prostoru. Tangencijalna ravnina plohe i jedinični vektor plošne normale. Prva fundamentalna forma. Orijentacija plohe. Operator oblika plohe. Druga fundamentalna forma. Meusnierov teorem. Glavne zakrivljenosti. Gaussova (totalna) i srednja zakrivljenost plohe. Specijalne krivulje na plohi: crte krivine i asimptotske krivulje. Theorema Egregium. Osnovni teorem teorije ploha. Kovarijantna derivacija. Geodetske krivulje na plohi.

#### 1.5. Vrste izvođenja nastave

- predavanja
- seminari i radionice
- vježbe
- e-učenje
- terenska nastava
- praktična nastava
- praktikumska nastava

- samostalni zadaci
- multimedija i mreža
- laboratorijski rad
- projektna nastava
- mentorski rad
- konzultativna nastava
- ostalo

#### 1.6. Komentari

#### 1.7. Oblici praćenja studenata i način vrednovanja rada studenata tijekom nastave

Studenti su obavezni aktivno pratiti nastavu.

Tijekom semestra ocjenjivat će pripremljenost studenta za nastavu kroz dvije kategorije: **kontinuirana provjera znanja (20 ocjenskih bodova)** i **kolokviji (50 ocjenskih bodova)**.

U kategoriji **kontinuirana provjera znanja** predviđene su dvije pismene provjere znanja, od kojih se svaka ocjenjuje s najviše 10 ocjenskih bodova. Pismene provjere znanja ne moraju se najavljivati, pisat će se u terminu nastave u trajanju od najviše 30 minuta, a obuhvaćat će gradivo obrađeno na predavanjima i vježbama kao i zadatke zadane za samostalni rad studenta. Svi materijali bit će dostupni na web stranici kolegija u sustavu Merlin: <https://moodle.srce.hr/2022-2023>.

Pismene provjere znanja neće se ponavljati ni popravljati

U kategoriji **kolokviji** predviđena su dva kolokvija, od kojih se svaki ocjenjuje s najviše 25 ocjenskih bodova. Termini održavanja kolokvija određeni su ovim izvedbenim planom.

Zadaci na kolokvijima bit će vezani uz gradivo obrađeno na predavanjima i vježbama i s zadacima zadanih za samostalni rad studenta.

Studentima će se omogućiti popravak, odnosno nadoknada **samo jednog kolokvija**. Pritom će se ostvareni bodovi zamijeniti s prethodno postignutim bodovima ponovljenog/nadoknađenog kolokvija.

Termini održavanja popravnog kolokvija određen je ovim izvedbenim planom.

Ako student ne pristupi nekoj pismenoj provjeri znanja ili kolokviju, tretirat će se da je na toj pismenoj provjeri znanja ili kolokviju postigao 0 bodova.

## 2. SUSTAV OCJENJIVANJA

### 2.1. Ocjenjivanje i vrednovanje rada studenata tijekom nastave te način polaganja ispita

Rad studenta na predmetu vrednovat i ocjenjivat će se tijekom nastave i na završnom ispitu.

**Ukupan broj bodova koje student može ostvariti tijekom nastave je 70 ocjenskih bodova.**

**Uvjet da bi se moglo pristupiti završnom ispitu:**

- tijekom nastave treba ukupno skupiti barem 35 ocjenskih bodova od kojih barem 25 ocjenskih bodova mora biti iz kategorije **kolokviji** (vidi minimalne uvjete za pristup ispitu).

Na završnom ispitu je moguće ostvariti **maksimalno 30 ocjenskih bodova**.

Prag prolaznosti na završnom ispitu ne može biti manji od 50% uspješno riješenog ispita.

Završni ispit polaže se kao usmena provjera znanja.

Studenti koji tijekom nastave ostvare od 0 do 34,9 ocjenskih bodova ocjenjuju se ocjenom F (neuspješan), stoga ne mogu steći ECTS bodove i moraju ponovno upisati predmet. Isto vrijedi i za studente koji u tri ponuđena ispitna roka ne polože završni ispit.

### 2.2. Minimalni uvjeti za pristup ispitu/prolaznu ocjenu

| AKTIVNOST KOJA SE BODUJE                 | MINIMALNI BROJ BODOVA |
|--|-----------------------|
| Kontinuirana provjera znanja (20 bodova) | -                     |
| Kolokviji (50 bodova)                    | 25                    |
| <b>UKUPNO: (70 bodova)</b>               | <b>35</b>             |
| <b>OSTALI UVJETI:</b>                    |                       |

### 2.3. Formiranje konačne ocjene

Na temelju ukupnog zbroja ocjenskih bodova stečenih tijekom nastave i na završnom ispitu određuje se konačna ocjena prema sljedećoj raspodjeli:

| OCJENA | BODOVI                         |
|--------|--------------------------------|
| 5 (A)  | od 90 do 100 ocjenskih bodova  |
| 4 (B)  | od 75 do 89,9 ocjenskih bodova |
| 3 (C)  | od 60 do 74,9 ocjenskih bodova |
| 2 (D)  | od 50 do 59,9 ocjenskih bodova |
| 1 (F)  | od 0 do 49,9 ocjenskih bodova  |

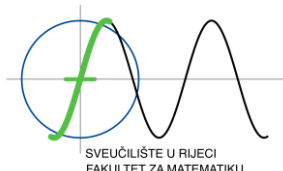
## 3. LITERATURA

### 3.1. Obvezna literatura

1. Gray, Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces with *Mathematica*, CRC Press, Boca Raton-Boston-London-New York-Washington, 1998.
2. Kamenarović, Diferencijalna geometrija, Sveučilište u Rijeci, Pedagoški fakultet, Rijeka, 1990.
3. B. Žarinac-Frančula, Diferencijalna geometrija, Zbirka zadataka i repertorij, Sveučilište u Zagrebu, Geodetski fakultet, Zagreb, 1980.

### 3.2. Dodatna literatura

1. M. Berger, Panoramic View of Riemannian Geometry, Springer Verlag, 2003.
2. M. P. do Carmo, Differential Geometry of Curves and Surfaces, Prentice Hall, 1976.
3. S.-S. Chern, W. H. Chen, K. S. Lan, Lectures on Differential Geometry, World Scientific Publishing, 1999.
4. D. W. Henderson, Differential Geometry: A Geometric Introduction, Prentice Hall, 1998.



5. W. Kuhnel, Differential Geometry: Curves - Surfaces - Manifolds, American Mathematical Society, 2002.
6. R. S. Miliman, G. D. Parker, Elements of Differential Geometry, Prentice-Hall, Englewood Cliffs – New Jersey, 1997.
7. B. O'Neill, Elementary Differential Geometry, Academic Press, New York-San Francisco-London, 1966.
8. J. Oprea, Differential Geometry and Its Applications, 2<sup>nd</sup> edition, Prentice Hall, 2003.
9. Pressley, Elementary Differential Geometry, Undergraduate Mathematics Series, Springer Verlag, 2001.
10. J. A. Thorpe, Elementary Topics in Differential Geometry, Undergraduate Texts in Mathematics, Springer Verlag, 1994.

#### 4. DODATNE INFORMACIJE O PREDMETU

##### 4.1. Pohadanje nastave

Studenti smiju izostati s nastave, ali su dužni informirati se o nastavi s koje su izostali. Ne tolerira se nikakav oblik remećenja nastave te korištenje mobitela za vrijeme nastave.

##### 4.2. Način informiranja studenata

Svi relevantni podaci i obavijesti o kolegiju bit će objavljeni u na web stranici kolegija u sustavu Merlin: <https://moodle.srce.hr/2022-2023>

Osobna odgovornost studenta je biti redovito informiran.

##### 4.3. Ostale relevantne informacije

Od studenata se očekuje visok stupanj samostalnosti i odgovornosti u radu. Tijekom rada na kolegiju poticat će se aktivni pristup učenju.

##### 4.4. Način praćenja kvalitete i uspješnosti izvedbe predmeta

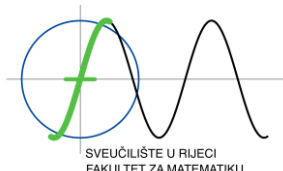
Kvaliteta održane nastave prati se u skladu s aktima Fakulteta za matematiku i Sveučilišta u Rijeci. Krajem semestra provodit će se anonimna anketa u kojoj će studenti evaluirati kvalitetu održane nastave iz ovog predmeta. Nakon završetka semestra provest će se analiza uspješnosti studenata iz ovog predmeta.

##### 4.5. Ispitni rokovi

|                            |   |
|----------------------------|---|
| <b>Ljetni</b>              | 20. 6. 2023. u 14 <sup>00</sup> sati S31  |
|                            | 4. 7. 2023. u 14 <sup>00</sup> sati O-360 |
| <b>Jesenski izvanredni</b> | 1.9.2023. u 14 <sup>00</sup> sati S31     |

#### 5. SATNICA IZVOĐENJA NASTAVE I ODRŽAVANJA KOLOKVIJA U AKADEMSKOJ GODINI 2022/2023.

| DATUM      | VRIJEME                             | OBLIK NASTAVE | NAZIV TEME   | GRUPA | PROSTORIJA |
|------------|-------------------------------------|---------------|--|-------|------------|
| 27.2.2023. | 16 <sup>15</sup> – 18 <sup>45</sup> | P             | Uvod u predmet. Regularna parametrizacija krivulje.                          |       | O-360      |
| 2.3.2023.  | 14 <sup>15</sup> - 15 <sup>45</sup> | V             | Regularna parametrizacija krivulje.  |       | O-360      |
| 6.3.2023.  | 16 <sup>15</sup> – 18 <sup>45</sup> | P             | Duljina luka krivulje.   |       | O-360      |
| 9.3.2023.  | 14 <sup>15</sup> - 15 <sup>45</sup> | V             | Izračunavanje duljine luka krivulje.   |       | O-360      |
| 13.3.2023. | 16 <sup>15</sup> – 18 <sup>45</sup> | P             | Tangenta i normala na regularnu krivulju u n-dimenzionalnom realnom prostoru |       | O-360      |
| 16.3.2023. | 14 <sup>15</sup> - 15 <sup>45</sup> | V             | Izračunavanje tangente i normale.  |       | O-360      |



|            |                     |   |  |       |
|------------|---------------------|---|--|-------|
| 20.3.2023. | $16^{15} - 18^{45}$ | P | Trobrid pratioc.   | O-360 |
| 23.3.2023. | $14^{15} - 15^{45}$ | V | Izračunavanje trobrida pratioca.   | O-360 |
| 27.3.2023. | $16^{15} - 18^{45}$ | P | Zakrivljenosti (fleksija i torzija).   | O-360 |
| 30.3.2023. | $14^{15} - 15^{45}$ | V | Izračunavanje fleksije i torzije.  | O-360 |
| 3.4.2023.  | $16^{15} - 18^{45}$ | P | Izvod Frenet-Serretovih formula.   | O-360 |
| 6.4.2023.  | $14^{15} - 15^{45}$ | V | Primjena Frenet-Serretovih formula.  | O-360 |
| 10.4.2023. | $16^{15} - 18^{45}$ | P | <b>Neradni dan – Uskrсни ponedjeljak</b>   | O-360 |
| 13.4.2023. | $14^{15} - 15^{45}$ | V | Primjena formula za trobrid pratioc krivulje parametrizirane proizvoljnim parametrom.                | O-360 |
| 17.4.2023. | $16^{15} - 18^{45}$ | P | Izvod formula za zakrivljenosti i trobrid pratioc krivulja parametriziranih proizvoljnim parametrom. | O-360 |
| 20.4.2023. | $14^{15} - 15^{45}$ | V | Primjena formula za zakrivljenosti krivulje parametrizirane proizvoljnim parametrom.                 | O-360 |
| 24.4.2023. | $16^{15} - 18^{45}$ | P | Osnovni teorem teorije krivulja. Prirodna jednadžba krivulje.  | O-360 |
| 27.4.2023. | $14^{15} - 15^{45}$ | V | <b>1. kolokvij</b>   | O-360 |
| 1.5.2023.  | $16^{15} - 18^{45}$ | P | <b>Neradni dan – Praznik rada</b>  | O-360 |
| 4.5.2023.  | $14^{15} - 15^{45}$ | V | Izračunavanje prirodne jednadžbe krivulje.   | O-360 |
| 8.5.2023.  | $16^{15} - 18^{45}$ | P | Regularna parametrizacija plohe. Tangencijalna ravnina i plošna normala.                             | O-360 |
| 11.5.2023. | $14^{15} - 15^{45}$ | V | Regularna parametrizacija plohe. Tangencijalna ravnina i plošna normala.                             | O-360 |
| 15.5.2023. | $16^{15} - 18^{45}$ | P | Prva fundamentalna forma.  | O-360 |
| 18.5.2023. | $14^{15} - 15^{45}$ | V | Primjena prve fundamentalne forme.   | O-360 |
| 22.5.2023. | $16^{15} - 18^{45}$ | P | Gaussovo preslikavanje, operator oblika plohe i druga fundamentalna forma.                           | O-360 |
| 25.5.2023. | $14^{15} - 15^{45}$ | V | Primjena druge fundamentalne forme.  | O-360 |
| 29.5.2023. | $16^{15} - 18^{45}$ | P | Gaussova i srednja zakrivljenost. Crte krivine.  | O-360 |
| 1.6.2023.  | $14^{15} - 15^{45}$ | V | Izračunavanje glavnih zakrivljenosti, Gaussove i srednje zakrivljenosti i crta krivina.              | O-360 |
| 5.6.2023.  | $16^{15} - 18^{45}$ | P | <b>2. kolokvij</b>   | O-360 |
| 8.6.2023.  | $14^{15} - 15^{45}$ | V | <b>Neradni dan – Tijelovo</b>  | O-360 |
| 9.6.2023.  | $16^{15} - 17^{45}$ | V | <b>popravni kolokviji</b>  | S31   |

*Moguća su manja odstupanja u realizaciji izvedbenog plana.*

*Do 40% planirane nastave može biti održano online.*

P – predavanja

AV – auditorne vježbe

VP – vježbe u praktikumu

MV – metodičke vježbe

S – seminari